SOBRE LA INTERPRETACIÓN Y DESAGREGACIÓN DE LOS COEFICIENTES DE GINI'

Introducción

El interés contemporáneo por las cuestiones de la desigualdad ha dado lugar a una gran cantidad de artículos relacionados con problemas de medición e interpretación. Mientras tanto, y no menos importante como resultado de las importantes contribuciones de Atkinson (1970) y Sen (1973), el marco tradicional de las curvas de Lorenz y los coeficientes de Gini ha conservado sus adherentes, aunque Theil (1967) ha demostrado que una medida de la desigualdad basado en la entropía tiene ventajas. Específicamente, la medida de Theil se puede descomponer claramente de modo que, en una población agrupada, la desigualdad total depende de la desigualdad dentro de los grupos y la desigualdad entre ellos. No se dispone de una descomposición tan simple para el coeficiente de Gini, pero su relación directa con la curva de Lorenz ha dado lugar a intentos persistentes de derivar una desagregación que pueda utilizarse en el trabajo empírico. Una de las principales preocupaciones en el presente documento es promover ese esfuerzo.

En resumen, el presente documento consta de tres secciones principales que siguen a esta introducción. La primera sección da una interpretación del coeficiente de Gini en términos del valor esperado (en el sentido estadístico) de un juego en el que cada individuo es capaz de compararse con algún otro elegido al azar de la población total. Esto proporciona una base para el coeficiente de Gini, que tiene cierta novedad y tiene un uso potencial en el análisis. La segunda sección ilustra esto mediante la descomposición del coeficiente de Gini en términos de expectativas condicionales del valor del juego. Un desarrollo de este resultado muestra que la descomposición puede expresarse involucrando tres términos. El primero depende de la medida de desigualdad de Gini dentro de los subgrupos de la población total. El último depende de las diferencias en el valor medio de la renta2 entre grupos. En el medio, hay un término que depende de la medida en que las distribuciones de ingresos de los diferentes grupos se superponen entre sí. Esta misma desagregación fue deducida previamente por Bhattacharya y Mahalanobis (1967) utilizando un enfoque más convencional en términos de diferencias absolutas. La justificación del presente artículo debe descansar, por lo tanto, en la simplicidad de las pruebas y la novedad del enfoque. Una implicación de la descomposición es obtener una medida de la medida en que el total puede explicarse simplemente considerando las diferencias de medias entre grupos.

Finalmente, en la sección cuatro, se sugieren algunas aplicaciones potenciales del algoritmo de descomposición para el análisis de la migración y la discriminación. Por lo tanto, si bien pueden permanecer reservas sobre el uso de los coeficientes de Gini para medir la desigualdad, se espera que el presente documento pueda alentar el análisis empírico dirigido a comprender las causas de la desigualdad, aunque dentro de las limitaciones del marco de Gini.

Una interpretación del coeficiente

El coeficiente de desigualdad de Gini entre un conjunto de números se puede expresar de varias formas. Una de las formas que resalta la relación del coeficiente con las comparaciones interpersonales es:

(1)

es decir, el cociente de la diferencia absoluta media entre el nivel medio de la variable y. Para desarrollar esto, tenga en cuenta que

(2)

donde max (o, y, -yj) denota la mayor de las cosas del paréntesis. Resulta que

(3)

Esta última expresión es la base para la interpretación del coeficiente de Gini sobre la que descansa nuestro análisis posterior.

Considere el siguiente juego estadístico. Para cada individuo llevamos a cabo un experimento. Primero, se selecciona al azar algún ingreso, y, de la población de ingresos y1, ..., Yn - Si el ingreso seleccionado es mayor que el ingreso real del individuo entonces puede conservar el valor seleccionado; de lo contrario, conserva su ingreso real. ingreso. Claramente, ningún individuo podría perder por participar en este experimento; y todos los individuos, excepto los más ricos, tendrían una expectativa matemática de beneficiarse de ello. Para el individuo i la ganancia esperada viene dada por:

(4)

y si ahora promediamos estas ganancias esperadas sobre todos los individuos, i, obtenemos una expresión que es el numerador de la ecuación (3).

Si de estos argumentos se sigue que la ecuación (3) puede interpretarse como que establece que el coeficiente de Gini es la ganancia promedio esperada, si cada individuo tiene la opción de ser él mismo o algún otro miembro de la población elegido al azar, expresado como proporción del nivel medio de ingresos. Y en estos términos el vínculo entre el coeficiente de Gini y las comparaciones interpersonales es inmediato y evidente.

Desagregación de grupos

La ganancia promedio esperada definida en la sección anterior se puede desagregar de varias maneras, especialmente si la población se puede dividir en varios grupos interesantes (por ejemplo, por área geográfica). En particular, podemos escribir

(5)

donde el evento "i ➔ j" se refiere a un individuo que se encuentra en el grupo de población i y dibuja a un miembro del grupo j para compararse en el juego hipotético especificado anteriormente. En esta notación, E(ganancia/i ➔ j) es el promedio, tomado de todos los individuos del grupo i, de su ganancia esperada, dado que eligen a un miembro del grupo j para compararlo en el juego. Como el juego especifica que el muestreo es aleatorio, tenemos

(6)

Donde

de modo que A, es la proporción de la población que está en el grupo i, y la población total se divide en k grupos mutuamente excluyentes y exhaustivos.

Estos resultados se pueden combinar en la ecuación matricial

(7)

donde p y m son vectores columna de elementos k. El i-ésimo elemento de p es la proporción de población A,: el i-ésimo elemento de m es la renta media de los individuos del grupo de población i. Por eso

(8)

es decir, m'p es el ingreso promedio de la población total. Finalmente, E es una matriz k x k con (i,j)-ésimo elemento dado por E(ganancia/i ➔ j) como se define en la ecuación (5).

Una ilustración empírica de la desagregación (7) se da en la Tabla I. Esto se toma de una encuesta de 1973 sobre la distribución del ingreso en Sri Lanka2 en la cual la población total de perceptores de ingresos se clasifica geográficamente de acuerdo a su ubicación en áreas urbanas, rurales o estatales. . La tabla muestra las proporciones de población, Pi, en cada área; el ingreso promedio, mi, de cada subgrupo; y la matriz, E, de ganancias esperadas condicionales. A partir de esto, el vector Ep se calcula fácilmente: sus elementos son las ganancias esperadas para grupos de individuos en nuestro juego hipotético condicionado solo al grupo en el que se encuentran. Como era de esperar, estas ganancias están inversamente correlacionadas con los ingresos medios del grupo, mi: un miembro del grupo más pobre es el que más se beneficia de la posibilidad de ser otra persona.

La Tabla 2 ilustra el hecho de que la relación inversa entre los elementos de m y los de Ep no tiene por qué ser monótona. La tabla se deriva del trabajo de Soltow (1960) sobre la relación entre la desigualdad de ingresos y la educación utilizando datos de EE. UU. para 1956,1 y muestra una ruptura en la monotonía para quienes tienen entre 13 y 15 años de escolaridad. Las condiciones bajo las cuales puede ocurrir tal ruptura en la monotonicidad se discuten más adelante en el argumento.